

ВОЗМОЖНЫЕ РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

8.1. Дорога на дачу

Восьмиклассник сконструировал устройство, которое умеет измерять скорость движения и определять оставшееся время движения до конечного пункта в предположении, что дальнейшее движение будет происходить с той скоростью, с которой движение происходит сейчас.

Прямая дорога на дачу состоит из трех участков с дорожным покрытием различного качества. В начале первого участка движение происходит со скоростью v , время движения до конечного пункта по показаниям устройства равно T_1 . На втором участке скорость движения стала равна kv , при этом в начале второго участка устройство определило, что время движения до конечного пункта равно T_2 . На третьем участке скорость движения стала равна $\frac{v}{k}$, и в начале третьего участка устройство определило, что время движения до конечного пункта равно T_3 .

Определите:

- расстояние от начального пункта до конечного S ;
- время движения от начального пункта до конечного t .

Возможное решение:

Определим расстояние между начальным и конечным пунктами

$$S = v \cdot T_1. \quad (1)$$

Длину первого участка обозначим l_1 , время движения на нём t_1 . Эти величины связаны выражением

$$l_1 = v \cdot t_1. \quad (2)$$

Запишем аналогичные выражения для связи длин второго и третьего участков l_2 и l_3 и времён движения на них t_2 и t_3

$$l_2 = kv \cdot t_2; \quad (3)$$

$$l_3 = \frac{v}{k} \cdot t_3 = \frac{v}{k} \cdot T_3. \quad (4)$$

Выразим длины участков через показания устройства

$$l_1 = S - kv \cdot T_2 = v \cdot T_1 - kv \cdot T_2; \quad (5)$$

$$l_2 = S - l_1 - l_3 = v \cdot T_1 - v \cdot t_1 - \frac{v}{k} \cdot T_3. \quad (6)$$

Из выражений (5) и (2) определим t_1

$$t_1 = T_1 - kT_2.$$

Из выражений (6) и (3) определим t_2

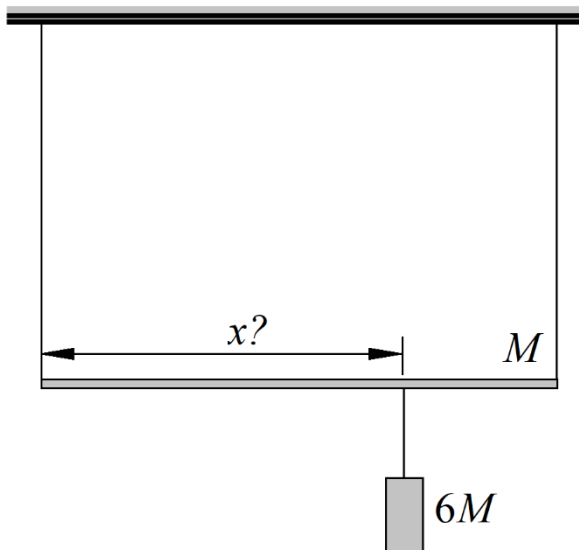
$$t_2 = T_2 - \frac{T_3}{k^2}.$$

Определим время движения между пунктами t

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = T_1 - T_2(k - 1) + T_3 \left(1 - \frac{1}{k^2}\right).$$

Критерии проверки

№	Содержание	Балл
1.1.	Определено расстояние между начальным и конечным пунктами, записано выражение (1)	0,5
1.2.	Длины всех участков выражены через времена движения и скорости (выражения (2), (3) и (4)), по 0,5 баллов за каждое	1,5
1.3.	Длины участков выражены через показания устройства (выражения (5) и (6)), по 2 балла за каждое	4
1.4.	Время движения равно сумме времен движений на участках	1
1.5.	Математические преобразования, направленные на получение ответа (оценивается в случае, если пункты 1.2 - 1.4 выполнены верно) t_1 и t_2 выражены через T_1 и T_2 ; (по 1 баллу за каждое)	2
1.6.	Правильный ответ	1



8.2. На двух нитях

На двух вертикальных нитях одинаковой длины за края подвешен однородный стержень массой M . Известно, что левая нить выдерживает максимальную нагрузку $3Mg$, а правая – $5Mg$. На стержень на нити пренебрежимо малой массы нужно подвесить груз массой $6M$. К каким точкам стержня можно его подвесить, чтобы не порвать нити? Определите возможные значения x . Длина стержня равна L . Массы нитей пренебрежимо малы.

Возможное решение:

Расставим силы, действующие на систему «стержень + груз на нити» и запишем условие покоя

$$T_{\text{лев}} + T_{\text{прав}} = (M + 6M)g = 7Mg. \quad (1)$$

Правило моментов относительно левого конца

$$Mg \cdot \frac{L}{2} + 6Mg \cdot x = T_{\text{прав}} \cdot L. \quad (2)$$

Правило моментов относительно правого конца

$$Mg \cdot \frac{L}{2} + 6Mg \cdot (L - x) = T_{\text{лев}} \cdot L. \quad (3)$$

Для решения задачи достаточно двух уравнений. Мы выберем (2) и (3).

Из (2) определим силу натяжения правой нити $T_{\text{прав}}$

$$T_{\text{прав}} = \frac{Mg}{2} + 6Mg \cdot \frac{x}{L}. \quad (4)$$

Из (3) определим силу натяжения левой нити $T_{\text{лев}}$

$$T_{\text{лев}} = \frac{13Mg}{2} - 6Mg \cdot \frac{x}{L}. \quad (5)$$

По условию задачи сила натяжения

правой нити не может превышать $5Mg$, поэтому имеет неравенство

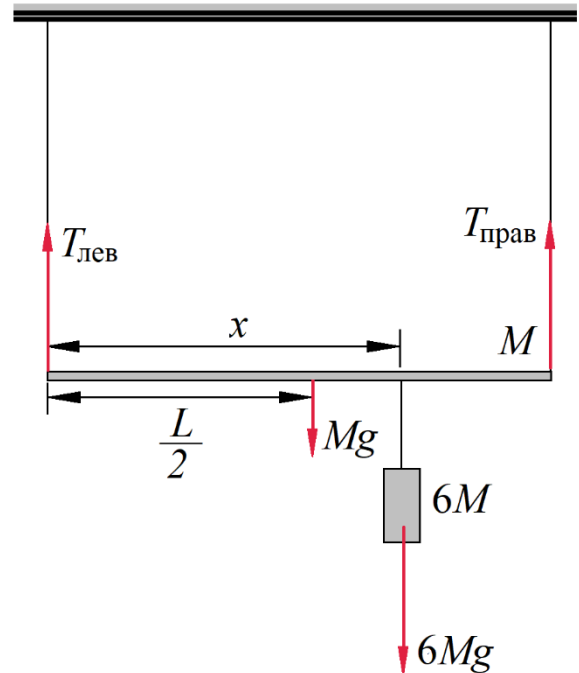
$$T_{\text{прав}} = \frac{Mg}{2} + 6Mg \cdot \frac{x}{L} \leq 5Mg.$$

Откуда получим, что x должен удовлетворять условию

$$x \leq \frac{3}{4}L. \quad (6)$$

По условию задачи сила натяжения левой нити не может превышать $3Mg$, поэтому имеет неравенство

$$T_{\text{лев}} = \frac{13Mg}{2} - 6Mg \cdot \frac{x}{L} \leq 3Mg.$$



Откуда получим, что x должен удовлетворять условию

$$x \geq \frac{7}{12}L. \quad (7)$$

Из неравенств (5) и (6) получаем ответ

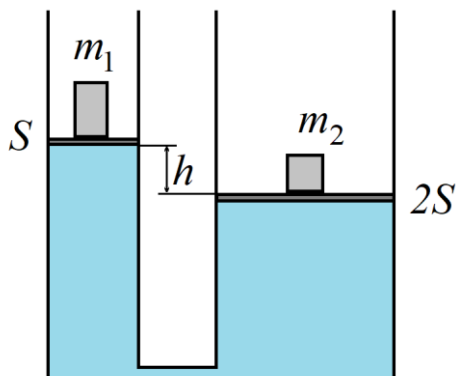
$$\frac{7}{12}L \leq x \leq \frac{3}{4}L.$$

Критерии проверки

№	Содержание	Балл
2.1.	Рисунок с силами (по 0,25 за каждую правильно указанную с точкой приложения, но не более 1 балла). Оцениваемые силы – силы натяжения крайних нитей, сила тяжести стержня, сила тяжести груза	1
2.2.	Записаны уравнения: - либо (1) и (2); - либо (1) и (3); - либо (2) и (3). По 1 баллу за каждое уравнение, но не более двух баллов	2
2.3.	Выражены силы натяжения левой и правой нитей (по 1 баллу за каждую)	2
2.4.	Явно записаны неравенства для сил натяжения (по 0,5 за каждое)	1
2.5.	Получено (6)	1
2.6.	Получено (7)	1
2.7.	Получен ответ в виде неравенства $\frac{7}{12}L \leq x \leq \frac{3}{4}L.$	2

8.3.Выше – ниже

На поверхности жидкости с плотностью ρ лежат два лёгких поршня, плотно



прилегающих к стенкам сообщающихся сосудов. Площадь поперечного сечения левого колена S , правого $2S$. Когда на левый поршень помещают груз массой m_1 , а на правый – груз массой m_2 , то левый поршень оказывается выше правого на h . Когда грузы поменяли местами, то правый поршень оказался выше левого на $5h$. Определите массы грузов. Трение между поршнями и стенкам сосудов пренебрежимо мало, жидкость не

подтекает. Высота обоих поршней мала.

Возможное решение:

Рассмотрим первый случай: на левый поршень помещён груз массой m_1 , а на правый – груз массой m_2 , и левый поршень оказывается выше правого на h . Запишем равенство давлений в левом и правом коленах на уровне правого поршня

$$p_{\text{атм}} + \frac{m_1 g}{S} + \rho g h = p_{\text{атм}} + \frac{m_2 g}{2S}. \quad (1)$$

Рассмотрим второй случай и запишем равенство давлений в коленах на уровне левого поршня

$$p_{\text{атм}} + \frac{m_2 g}{S} = p_{\text{атм}} + \frac{m_1 g}{2S} + 5\rho g h. \quad (2)$$

Из записанных выражений получим

$$\begin{aligned} \frac{m_1 g}{S} + \rho g h &= \frac{m_2 g}{2S}; \\ \frac{m_2 g}{S} &= \frac{m_1 g}{2S} + 5\rho g h. \end{aligned}$$

Из полученной системы уравнений определим массы

$$m_1 = 2\rho S h;$$

$$m_2 = 6\rho S h.$$

Критерии проверки

№	Содержание	Балл
3.1.	Записано уравнение (1) Если уравнение (1) в работе отсутствует, а есть некоторые правильные уравнения, - найдено только давление в левом колене в жидкости на каком-то уровне - найдено давление в правом колене в жидкости на том же уровне - записано равенство давлений Примечание: за отсутствие атмосферного давления баллы снимать не надо.	4 1 1 2
3.2.	Записано уравнение (2)	4

	<p>Если уравнение (2) в работе отсутствует, а есть некоторые правильные уравнения,</p> <ul style="list-style-type: none"> - найдено только давление в левом колене в жидкости на каком-то уровне - найдено давление в правом колене в жидкости на том же уровне - записано равенство давлений <p>Примечание: за отсутствие атмосферного давления баллы снимать не надо.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>2</p>
3.3.	Определена масса m_1	1
3.4.	Определена масса m_2	1

8.4. Два нагревателя

В лаборатории восьмиклассники проводили опыты по определению удельной теплоты парообразования жидкости. Вася в две одинаковые колбы налил одинаковое количество одной жидкости комнатной температуры, разместил их на двух включенных нагревателях и стал искать информацию для проекта по физике в чате GPT. Через промежуток времени $\tau_1 = 18$ минут он обнаружил, что в первой колбе жидкость кипит, и какая-то часть её уже выкипела. При этом жидкости во второй колбе оставалось то же количество, что в начале опыта, и она не кипела. Он снял первую колбу с нагревателя, а вторую колбу быстро переставил на первый нагреватель. Через промежуток времени $\tau_2 = 12$ минут он обнаружил, что во второй колбе жидкость кипит, часть её испарилась, причём жидкости в этой колбе осталось столько же, сколько в первой. Определите отношение мощности первого нагревателя к мощности второго.

Теплопотери отсутствуют. Теплоёмкостью колб пренебречь.

Возможное решение:

Первый нагреватель за время $\tau_1 = 18$ минут выделил количество теплоты, равное $N_1 \tau_1$, которое полностью пошло на нагревание и испарение жидкости в первой колбе

$$N_1 \tau_1 = cm(t_{\text{кип}} - t_0) + m_{\text{исп}} \cdot r. \quad (1)$$

Здесь N_1 – мощность первого нагревателя, c – удельная теплоёмкость жидкости, m – масса жидкости, $m_{\text{исп}}$ – масса испарившейся жидкости, $t_{\text{кип}}$ – температура кипения жидкости.

За это время жидкость во второй колбе нагреется до температуры $t_2 < t_{\text{кип}}$

$$N_2 \tau_1 = cm(t_2 - t_0). \quad (2)$$

Здесь N_2 – мощность второго нагревателя.

Рассмотрим нагревание второй жидкости на первом нагревателе в течение времени $\tau_2 = 12$ минут, запишем аналогичное (1) уравнение

$$N_1 \tau_2 = cm(t_{\text{кип}} - t_2) + m_{\text{исп}} \cdot r. \quad (3)$$

Вычтем из уравнения (1) уравнение (3), получим

$$N_1 \tau_1 - N_1 \tau_2 = cm(t_{\text{кип}} - t_0) + m_{\text{исп}} \cdot r - cm(t_{\text{кип}} - t_2) - m_{\text{исп}} \cdot r.$$

Приведя подобные, получим

$$N_1 \tau_1 - N_1 \tau_2 = cm(t_2 - t_0).$$

Сравнив полученное выражение с (2) сделаем вывод, что

$$N_1 \tau_1 - N_1 \tau_2 = N_2 \tau_1. \quad (4)$$

Последнее выражение могло быть записано сразу: начальные состояние обеих жидкостей одинаковы, конечные тоже (испарилась одинаковая масса), следовательно, полученные от нагревателей количества теплоты также одинаковы, поэтому

$$N_1 \tau_1 = N_2 \tau_1 + N_1 \tau_2. \quad (5)$$

Из последнего выражения определим отношение мощностей

$$\begin{aligned} \frac{N_1}{N_2} &= \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2}; \\ \frac{N_1}{N_2} &= \frac{18}{18 - 12} = 3. \end{aligned}$$

Критерии проверки

№	Содержание	Балл
4.1-4.4	Сразу записано уравнение (4) или (5) - с обоснованием (начальные состояние обеих жидкостей одинаковы, конечные тоже (испарилась одинаковая масса), следовательно, полученные от нагревателей количества теплоты также одинаковы) - без обоснования	7 5
4.5	Получено отношение мощностей $\frac{N_1}{N_2} = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2}$	1
4.6	Правильный ответ	2
В том случае, если подробно описываются тепловые процессы с обеими жидкостями		
4'.1.	Записано уравнение (1)	2
4'.2.	Записано уравнение (2)	2
4'.3.	Записано (3)	2
4'.4.	В уравнениях (1) и (3) количество теплоты, ушедшее на испарение жидкости одинаково	1
4'.5.	Получено отношение мощностей $\frac{N_1}{N_2} = \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2}$	1
4'.6.	Правильный ответ	2